

О Г Л А В Л Е Н И Е

ВВЕДЕНИЕ	3
<i>Множество, мощность, счетность, несчетность</i>	6
<i>Отношение эквивалентности</i>	11
Часть 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА И ПРОЛОГ	15
1. Алгебра логики	15
1.1. <i>Функции алгебры логики</i>	15
1.2. <i>Формулы. Реализация функций формулами</i>	17
1.3. <i>Равносильные преобразования формул</i>	19
1.4. <i>Нормальные формы</i>	21
1.4.1. <i>Совершенные нормальные формы</i>	23
1.5. <i>Минимизация нормальных форм</i>	25
1.5.1. <i>Алгоритм Куайна построения сокращенной ДНФ</i>	27
1.5.2. <i>Алгоритм построения сокращенной ДНФ с помощью КНФ</i>	29
1.5.3. <i>Построение всех тупиковых ДНФ</i>	31
1.5.4. <i>Алгоритм минимизации функций в классе ДНФ</i>	33
1.5.5. <i>Алгоритм минимизации функций в классе КНФ</i>	33
1.5.6. <i>Алгоритм минимизации функций в классе нормальных форм</i>	34
1.6. <i>Минимизация частично определенных функций</i>	36
1.6.1. <i>Алгоритм минимизации частично определенных функций в классе ДНФ</i>	37
1.6.2. <i>Алгоритм минимизации частично определенных функций в классе КНФ</i>	37
1.7. <i>Двойственные функции</i>	40
1.7.1. <i>Принцип двойственности</i>	40
1.8. <i>Линейные функции</i>	42
1.9. <i>Монотонные функции</i>	45
1.10. <i>Теорема Поста о функциональной полноте</i>	47
1.10.1. <i>Предполные классы</i>	49
2. Исчисление высказываний	50
2.1. <i>Определение исчисления высказываний</i>	50

2.1.1. Правило одновременной подстановки	55
2.2. Теорема дедукции (ТД) в исчислении высказываний	56
2.3. Производные правила вывода	58
2.4. Тожественно истинные и доказуемые формулы	64
2.5. Разрешимость, непротиворечивость, полнота, независимость аксиом	68
2.6. Формулировка исчисления высказываний с единственным правилом вывода правилом заключения	70
3. Логика предикатов	73
3.1. Предикаты, кванторы	73
3.2. Выполнимость, невыполнимость, общезначимость, опровержимость формул логики предикатов	75
3.3. Равносильность формул	81
3.3.1. Релятивизованные кванторы	82
3.4. Нормальные формы	83
3.4.1. Префиксная нормальная форма	83
3.4.2. Стандартная форма Скулема	84
3.5. Проблема разрешимости в логике предикатов	86
3.5.1. Проблема разрешимости \exists -формул	87
3.5.2. Проблема разрешимости \forall -формул	88
3.5.3. Проблема разрешимости логики одноместных предикатов	89
4. Исчисление предикатов	92
4.1. Определение исчисления предикатов	92
4.2. Теорема дедукции в ИП	94
4.3. Непротиворечивость ИП	97
4.4. Семантическая полнота ИП (относительно класса общезначимых формул)	99
4.4.1. Непротиворечивые расширения ИП	100
4.4.2. Формализмы G, G_k, H, L	102
4.5. Аксиоматическая арифметика и элементарные теории	108
4.6. Интуиционизм (конструктивизм)	112
5. Исчисление секвенций	110
5.1. О правилах вывода в секвенциальном исчислении высказываний	110
5.2. Секвенциальное исчисление высказываний (СИВ)	115

5.3. Секвенциальное исчисление предикатов (СИП)	119
6. Метод резолюций в логике предикатов и Пролог	122
6.1. Метод резолюций в логике высказываний	122
6.1.1. Семантическое дерево	123
6.1.2. Правило резолюции	124
6.2. Эрбрановские универсум, базис, интерпретация	129
6.3. Семантические деревья и теорема Эрбрана	132
6.4. Унификация	137
6.4.1. Алгоритм унификации	138
6.5. Метод резолюций в логике предикатов	141
6.6. Основы Пролога	147
6.6.1. Унификация в Прологе	155
6.6.2. Декларативный и операторный смысл Пролог-программы	157
6.6.3. Бэктрекинг и оператор отсечения	159
6.6.4. Объявление операторов	161
6.6.5. Сеанс работы с языком Arity/Prolog	163
6.6.6. Встроенный редактор Arity-Prolog	164
6.7. Примеры программ и вычислений в Прологе	165
6.7.1. Принадлежность элемента списку	165
6.7.2. Первый элемент в списке	169
6.7.3. Последний элемент в списке	170
6.7.4. Следующий элемент в списке	171
6.7.5. Соединение списков	174
6.7.6. Обращение списка	175
6.7.7. Выравнивание списка	176
6.7.8. Добавление элемента в начало списка	176
6.7.9. Удаление первого вхождения данного элемента из списка	177
6.7.10. Удаление всех вхождений данного элемента из списка	177
6.7.11. Замена элемента в списке	180
6.7.12. Быть подсписком в списке	180
6.7.13. Включение множеств	183
6.7.14. Равенство множеств	183
6.7.15. Объединение множеств	183
6.7.16. Пересечение множеств	185
6.7.17. Разность множеств	185
6.7.18. Декартово произведение множеств	186
6.7.19. Множество всех подмножеств данного	

	<i>множества</i>	186
6.7.20.	<i>Удаление всех повторов элементов в списке</i>	186
6.7.21.	<i>Принадлежность множества списку некоторых подмножеств</i>	187
6.7.22.	<i>Удаление всех повторов подмножеств в данном списке множеств</i>	187
6.7.23.	<i>Удаление повторов атомов в списке списков атомов</i>	187
6.7.24.	<i>Последовательное порождение нумерованных атомов</i>	188
6.7.25.	<i>Программа построения сокращенной ДНФ по конъюнктивной нормальной форме</i>	188
6.7.26.	<i>Программа построения сокращенной ДНФ по конъюнктивной нормальной форме без отрицаний</i>	190
6.8.	<i>Встроенные предикаты Пролога</i>	191
6.8.1.	<i>Средства управления</i>	191
6.8.2.	<i>Классификация термов</i>	192
6.8.3.	<i>Унификация термов</i>	193
6.8.4.	<i>Сравнение термов</i>	193
6.8.5.	<i>Арифметические функции</i>	194
6.8.6.	<i>Арифметические предикаты</i>	194
6.8.7.	<i>Счетчики</i>	195
6.8.8.	<i>Обработка термов</i>	195
6.8.9.	<i>Работа с стрингами</i>	196
6.8.10.	<i>Составление списков</i>	197
6.8.11.	<i>Взаимодействие с базой данных</i>	197
6.8.12.	<i>Работа с мирами</i>	200
6.8.13.	<i>Стандартные ввод и вывод</i>	200
6.8.14.	<i>Доступ к файлам</i>	201
6.8.15.	<i>Стандартный доступ к файлам в Прологе</i>	202
6.8.16.	<i>Движение в файле</i>	202
6.8.17.	<i>Переадресация ввода и вывода</i>	203
6.8.18.	<i>Ввод и вывод низкого уровня</i>	203
6.8.19.	<i>Работа с экраном</i>	203
6.8.20.	<i>Исполнение системных функций</i>	204
6.8.21.	<i>В-деревья</i>	206
6.8.22.	<i>Хэш-таблицы</i>	206
6.8.23.	<i>Отладчик (Debugger)</i>	206

Часть 2. ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ	210
7. Частично рекурсивные функции	210
7.1. Арифметические функции и операции над ними	210
7.2. Прimitивно рекурсивные функции	211
7.3. Функции, представимые термами	213
7.4. Конечные сумма и произведение	225
7.4.1. <i>Прimitивная рекурсивность некоторых функций</i>	216
7.5. Прimitивно рекурсивные предикаты	217
7.6. Ограниченные кванторы	218
7.7. Ограниченный оператор μ	219
7.8. Подстановка функций в предикат	221
7.8.1. <i>Кусочное задание функции</i>	221
7.8.2. <i>Прimitивная рекурсивность некоторых функций и предикатов</i>	223
7.9. Частично рекурсивные функции	224
8. Машины Тьюринга	226
8.1. Вычисления на машинах Тьюринга	227
8.2. Синтез машин Тьюринга	229
8.2.1. <i>Композиция машин</i>	229
8.2.2. <i>Ветвление машин</i>	230
8.2.3. <i>Итерация машины</i>	232
8.3. Машины Тьюринга в однобуквенном алфавите	235
8.3.1. <i>Некоторые частные машины в однобуквенном алфавите</i>	235
8.4. Правильно вычислимые функции	241
8.4.1. <i>Суперпозиция правильно вычислимых функций</i>	241
8.4.2. <i>Прimitивная рекурсия правильно вычислимых функций</i>	242
8.4.3. <i>Минимизация правильно вычислимых функций</i>	243
8.4.4. <i>Правильная вычислимость частично рекурсивных функций</i>	244
8.5. Частичная рекурсивность правильно вычислимых функций	244
8.5.1. <i>Геделева нумерация ситуаций машины Тьюринга</i>	244
8.5.2. <i>Функции программы машины Тьюринга</i>	245
8.5.3. <i>Функции вычисления по программе</i>	

	<i>машины Тьюринга</i>	246
	8.5.4. <i>Функция ситуаций машины Тьюринга</i>	248
8.6.	Универсальная частично рекурсивная функция	250
	8.6.1. <i>Геделева нумерация машин Тьюринга</i>	251
	8.6.2. <i>Функции ситуации машины Тьюринга с номером k</i>	252
	8.6.3. <i>Построение универсальной функции</i>	255
8.7.	Теорема Клини о неподвижной точке и теорема Райса	258
9.	Рекурсивная перечислимость и разрешимость	260
9.1.	Общерекурсивные функции и предикаты	260
9.2.	Нумерации наборов натуральных чисел	262
	9.2.1. <i>Нумерации пар натуральных чисел</i>	262
	9.2.2. <i>Нумерация наборов натуральных чисел длины k</i>	265
	9.2.3. <i>Нумерация конечных последовательностей натуральных чисел</i>	267
9.3.	Рекурсивно перечислимые множества	268
	9.3.1. <i>Замкнутость класса РПМ относительно объединения и пересечения</i>	269
9.4.	Рекурсивно перечислимые множества наборов натуральных чисел	270
9.5.	Общерекурсивные предикаты	273
9.6.	Общерекурсивные множества наборов натуральных чисел	275
9.7.	Функции с рекурсивно перечислимым графиком	277
9.8.	Примеры алгоритмически неразрешимых проблем	284
9.9.	Варианты алгоритмов	287
	9.9.1. <i>Ассоциативные исчисления</i>	287
	9.9.2. <i>Системы подстановок</i>	288
	9.9.3. <i>Алгоритмическая неразрешимость проблемы тождества полугрупп и логики предикатов</i>	289
	9.9.4. <i>Грамматики</i>	294
	9.9.5. <i>Продукции Поста</i>	295
	9.9.6. <i>Нормальные алгоритмы Маркова</i>	297
	9.9.7. <i>Операторные алгоритмы</i>	298
10.	Гедель о неполноте формальных систем	299
10.1.	Аксиоматическая арифметика	299
10.2.	Алгоритмическая неразрешимость содержательной арифметики	303

10.3. Алгоритмическая неразрешимость логики предикатов второго порядка	308
10.4. Нумерическая выразимость	309
11. Язык программирования ЛИСП	313
11.1. Формальные символы	313
11.2. Атомы	313
11.3. Списки и S-выражения	315
11.4. Форма и вычисление ее значения	316
11.5. Квотирование	317
11.6. Примитивы ЛИСПа	318
11.7. Лямбда-выражения	320
11.8. DEFUN-определения	321
11.9. Форма COND	322
11.10. Рекурсивные определения	323
11.11. Цикл	323
11.12. Сеанс работы с языком ЛИСП	324
11.13. Примеры программирования в ЛИСПе	324
Литература	334
Список сокращений и знаков	335