

Оглавление

| | |
|---|-----------|
| ПРЕДИСЛОВИЕ | 10 |
| <u>ЧАСТЬ I.</u> АЛГЕБРА | 11 |
| 1.1. Элементы теории множеств | 11 |
| 1.2. Натуральные, рациональные и действительные числа | 12 |
| 1.3. Простые и составные числа. Признаки делимости чисел. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное | 15 |
| 1.4. Сравнение чисел. Свойства числовых неравенств..... | 16 |
| 1.4.1. Сравнение среднего арифметического со средним геометрическим двух чисел | 17 |
| 1.4.2. Неравенство для суммы двух взаимно обратных чисел..... | 17 |
| 1.4.3. Оценка величины $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ | 17 |
| 1.4.4. Свойства числовых неравенств | 18 |
| 1.5. Примеры решения задач на сравнение чисел и на делимость .. | 20 |
| 1.6. Алгебраические выражения. Формулы сокращенного умножения. Разложение на множители | 22 |
| 1.7. Уравнения на целые числа..... | 24 |
| 1.8. Метод математической индукции в задачах на делимость и целые числа | 27 |
| 1.9. Декартова система координат. Исследование графиков функций | 29 |
| 1.10. Свойства линейной функции и ее график..... | 32 |

| | |
|---|-----------|
| 1.11. Линейные уравнения и неравенства | 34 |
| 1.12. Уравнения и неравенства для линейных функций с модулем и параметром..... | 38 |
| 1.13. Свойства квадратичной функции и ее график. Задачи на максимум и минимум | 43 |
| 1.14. Квадратное уравнение. Разложение на множители. Теорема Виета. Квадратные неравенства | 48 |
| 1.15. Текстовые задачи | 54 |
| 1.15.1. Задачи на процентное содержание и прибыль | 55 |
| 1.15.2. Задачи на движение | 58 |
| 1.15.3. Задачи на работу | 61 |
| 1.15.4. Задачи на выбор оптимального варианта и оценки возможного решения | 64 |
| 1.15.5. Задачи на целые числа | 68 |
| 1.16. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы общего члена и суммы | 70 |
| 1.16.1. Арифметическая прогрессия..... | 70 |
| 1.16.2. Геометрическая прогрессия | 72 |
| 1.17. Задачи на прогрессии..... | 74 |
| 1.17.1. Задачи на арифметическую прогрессию..... | 74 |
| 1.17.2. Задачи на геометрическую прогрессию..... | 76 |
| 1.18. Свойства степеней с натуральными, целыми и рациональными показателями. Свойства арифметических корней n -й степени. Свойства степеней с рациональными показателями | 78 |
| 1.19. Уравнения и неравенства с радикалами..... | 80 |
| ЧАСТЬ II. ПЛАНИМЕТРИЯ (МНОГОУГОЛЬНИКИ) | 88 |
| 2.1. Основные понятия планиметрии. Постулаты Евклида | 88 |

| | | |
|-------|---|-----|
| 2.2. | Свойства вертикальных и смежных углов. Теоремы о параллельных прямых на плоскостях | 89 |
| 2.3. | Треугольник. Свойства равнобедренного треугольника. Прямоугольный треугольник. Теорема Пифагора..... | 91 |
| 2.4. | Задачи на определение вида треугольника | 92 |
| 2.5. | Признаки равенства треугольников..... | 95 |
| 2.6. | Теорема Фалеса. Признаки подобия треугольников | 97 |
| 2.7. | Пропорциональность отрезков в прямоугольном треугольнике. Теорема Пифагора..... | 100 |
| 2.8. | Задачи на определение элементов треугольника | 101 |
| 2.9. | Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. Свойство биссектрисы угла..... | 105 |
| 2.10. | Теоремы о сумме внутренних углов треугольника и многоугольника. Теорема о внешнем угле треугольника | 106 |
| 2.11. | Четыре замечательных точки треугольника. Теоремы о пересечении медиан, биссектрис, высот и серединных перпендикуляров треугольника..... | 107 |
| 2.12. | Свойство отрезков, на которые биссектриса треугольника делит противоположную сторону | 109 |
| 2.13. | Основные понятия для многоугольников. Признаки параллелограмма и его свойства..... | 109 |
| 2.14. | Свойства средней линии треугольника и трапеции | 112 |
| 2.15. | Площади параллелограмма, треугольника и трапеции..... | 113 |
| 2.16. | Формула Герона для вычисления площади треугольника | 116 |

| | |
|--|------------|
| ЧАСТЬ III. ТРИГОНОМЕТРИЯ..... | 118 |
| 3.1. Основные понятия тригонометрии. Понятие тригонометрической функции. Формулы приведения..... | 118 |
| 3.2. Свойства и графики тригонометрических функций. Решение простейших тригонометрических уравнений | 121 |
| 3.2.1. Свойства и график функции $\sin x$ | 121 |
| 3.2.2. Свойства и график функции $\cos x$ | 123 |
| 3.2.3. Свойства и график функции $\operatorname{tg} x$ | 123 |
| 3.2.4. Свойства и график функции $\operatorname{ctg} x$ | 125 |
| 3.3. Основное тригонометрическое тождество. Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента | 125 |
| 3.4. Тригонометрические функции суммы и разности двух углов | 127 |
| 3.5. Преобразование суммы и разности тригонометрических функций в произведение | 128 |
| 3.6. Тригонометрические функции двойного и половинного угла. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного угла | 130 |
| 3.7. Преобразование выражения $a \sin x + b \cos x$ | 131 |
| 3.8. Теоремы синусов и косинуса для треугольника | 132 |
| 3.9. Решение тригонометрических уравнений | 133 |
| 3.9.1. Использование формул суммы и разности углов и формул преобразования к произведению | 135 |
| 3.9.2. Преобразование $a \sin x + b \cos x$ | 137 |
| 3.9.3. Однородные уравнения относительно $\sin x$ и $\cos x$ | 138 |
| 3.9.4. Использование формул двойного и половинного угла | 139 |
| 3.9.5. Уравнение с радикалами | 140 |
| 3.9.6. Уравнения с дробями и системы уравнений | 144 |
| 3.10. Неравенства и уравнения для обратных тригонометрических функций..... | 147 |

**ЧАСТЬ IV. ПЛАНИМЕТРИЯ
(ОКРУЖНОСТЬ И МНОГОУГОЛЬНИКИ)...152**

| | |
|--|-----|
| 4.1. Основные понятия | 152 |
| 4.2. Расстояние между двумя точками. Уравнение окружности | 152 |
| 4.3. Задачи на геометрическое место точек | 154 |
| 4.4. Теорема о вписанных углах. Теорема об угле, образованном касательной и хордой. Свойство четырехугольника, вписанного в окружность | 159 |
| 4.5. Угол между двумя пересекающимися хордами. Угол между двумя секущими, выходящими из одной точки ... | 161 |
| 4.6. Свойство длин отрезков двух пересекающихся хорд. Свойство длины отрезка касательной | 162 |
| 4.7. Теорема об окружности, описанной около треугольника..... | 163 |
| 4.8. Свойство касательной к окружности. Равенство касательных, проведенных из одной точки к окружности..... | 164 |
| 4.9. Теорема об окружности, вписанной в треугольник..... | 165 |
| 4.10. Длина окружности и площадь круга | 166 |
| 4.11. Задачи на углы в окружностях | 167 |
| 4.12. Задачи на взаимное расположение окружностей | 175 |
| 4.13. Задачи на вписанные и описанные окружности | 183 |
| 4.14. Типовые задачи на построение | 194 |
| 4.15. Задачи на преобразование отрезков..... | 196 |
| 4.16. Задачи на построение треугольников..... | 200 |

| | |
|---|-----|
| 4.17. Задачи на построение окружностей..... | 206 |
|---|-----|

ЧАСТЬ V. АЛГЕБРА (ПОКАЗАТЕЛЬНАЯ И ЛОГАРИФМИЧЕСКАЯ ФУНКЦИИ)

| | |
|---|-----|
| 5.1. Свойства и график показательной функции..... | 210 |
| 5.2. Основное логарифмическое тождество. Логарифмы произведения, степени, частного. Формула перехода к новому основанию | 212 |
| 5.3. Свойства и график логарифмической функции | 214 |
| 5.4. Решение показательных уравнений и неравенств..... | 215 |
| 5.5. Решение логарифмических уравнений и неравенств..... | 221 |
| 5.5.1. Решение простейших логарифмических уравнений..... | 221 |
| 5.5.2. Решение простейших логарифмических неравенств..... | 222 |
| 5.5.3. Решение логарифмических уравнений | 223 |
| 5.5.4. Решение логарифмических неравенств | 226 |

ЧАСТЬ VI. СТЕРЕОМЕТРИЯ.....

| | |
|--|-----|
| 6.1. Прямые и плоскости в пространстве | 231 |
| 6.1.1. Теоремы о параллельных прямых в пространстве. Признак параллельности прямой и плоскости. ✓ Признак параллельности плоскостей..... | 231 |
| 6.1.2. Признак перпендикулярности прямой и плоскости. Теорема о перпендикуляре к скрещивающимся прямым | 233 |
| 6.1.3. Признак перпендикулярности плоскостей. Теорема о трех перпендикулярах | 235 |
| 6.1.4. Задачи на прямые и плоскости в пространстве..... | 237 |
| 6.2. Многогранники и тела вращения..... | 243 |
| 6.2.1. Призма, параллелепипед, пирамида. Объем и боковая поверхность | 243 |
| 6.2.2. Задачи на площадь сечения многогранника..... | 245 |
| 6.2.3. Задачи на определение объемов многогранников | 254 |
| 6.2.4. Сфера и шар. Вписанные и описанные многогранники | 258 |

| | |
|--|-----|
| 6.2.5. Задачи о вписанных и описанных многогранниках..... | 259 |
| 6.2.6. Цилиндр и конус. Объем и боковая поверхность | 266 |
| 6.2.7. Задачи о конусах, цилиндрах и сфере..... | 267 |

ЧАСТЬ VII. ЗАДАЧИ НА УСТНОМ ЭКЗАМЕНЕ276

| | |
|---|------------|
| 7.1. Целые числа. Делимость..... | 276 |
| 7.2. Рациональные и иррациональные числа | 281 |
| 7.3. Квадратный трехчлен и его свойства..... | 287 |
| 7.4. Тригонометрические задачи | 293 |
| 7.5. Логарифмические и показательные задачи..... | 300 |
| 7.6. Рациональные уравнения и неравенства | 302 |
| 7.7. Иррациональные уравнения и неравенства | 307 |
| 7.8. Тригонометрические уравнения и неравенства..... | 312 |
| 7.9. Логарифмические и показательные уравнения и неравенства | 319 |
| 7.10. Доказательство неравенств и тождеств | 324 |
| ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ | 329 |