

Оглавление

Глава I Введение в анализ бесконечных. Перевод С.С. Филиппова

I.1 Декартовы координаты и полиномиальные функции	2
Алгебра	2
“Algebra Nova”	6
“Геометрия” Декарта	8
Полиномиальные функции	10
Упражнения	14
I.2 Показательные функции и биномиальная теорема	17
Биномиальная теорема	18
Показательная функция	24
Упражнения	27
I.3 Логарифмы и площади	29
Вычисление логарифмов	31
Вычисление площадей	33
Площадь под гиперболой и натуральные логарифмы	35
Упражнения	39
I.4 Тригонометрические функции	40
Основные соотношения и их следствия	43
Разложения в ряды	46
Обратные тригонометрические функции	49
Вычисление числа π	52
Упражнения	54
I.5 Комплексные числа и функции	57
Формула Эйлера и следствия из нее	58
Новый взгляд на тригонометрические функции	61
Эйлерово произведение для синуса	62
Упражнения	66
I.6 Непрерывные дроби	68
Источники	68
Подходящие дроби	71
Иррациональность	76
Упражнения	78

Глава II Дифференциальное и интегральное исчисление. Перевод О.В. Москалева

II.1 Производная	81
Производная	81
Правила дифференцирования	84
Параметрическое представление и неявные уравнения	88
Упражнения	89
II.2 Высшие производные и ряд Тейлора	91
Вторая производная	91
De Conversione Functionum in Series	94
Упражнения	97
II.3 Огибающие и кривизна	98
Огибающая семейства прямых линий	98
Каустика окружности	99
Огибающая баллистических кривых	101
Кривизна	101
Упражнения	105
II.4 Интегральное исчисление	107
Первообразные	107
Приложения	109

	Техника интегрирования	112
	Формула Тейлора с остаточным членом	116
	Упражнения	117
II.5	Функции, имеющие элементарные интегралы	118
	Интегрирование рациональных функций	118
	Полезные подстановки	123
	Упражнения	125
II.6	Приближенное вычисление интегралов	126
	Разложения в ряды	126
	Численные методы	128
	Асимптотические разложения	131
	Упражнения	132
II.7	Обыкновенные дифференциальные уравнения	134
	Некоторые типы интегрируемых уравнений	139
	Дифференциальные уравнения второго порядка	140
	Упражнения	142
II.8	Линейные дифференциальные уравнения	144
	Однородное уравнение с постоянными коэффициентами	145
	Неоднородные линейные уравнения	148
	Уравнение Коши	151
	Упражнения	152
II.9	Численное решение дифференциальных уравнений	154
	Метод Эйлера	154
	Метод рядов Тейлора	156
	Уравнения второго порядка	158
	Упражнения	159
II.10	Формула суммирования Эйлера—Маклорена	160
	Вывод формулы по Эйлеру	160
	De Usu Legitimo Formulae Summatoriae Maclaurinianaе	163
	Формула Стирлинга	165
	Гармонический ряд и постоянная Эйлера	167
	Упражнения	169
Глава III Основания классического анализа. Перевод О.Б. Москалева		
III.1	Бесконечные последовательности и действительные числа	172
	Сходимость последовательности	172
	Понятие действительного числа	177
	Монотонные последовательности и наименьшая верхняя грань	181
	Точки накопления	183
	Упражнения	185
III.2	Бесконечные ряды	188
	Критерии сходимости	189
	Абсолютная сходимость	192
	Двойные ряды	195
	Произведение Коши двух рядов	197
	Изменение порядка суммирования и предельных переходов в бесконечных рядах	199
	Упражнения	200
III.3	Действительные функции и непрерывность	202
	Непрерывные функции	204
	Теорема о промежуточном значении	206
	Теорема о максимуме	207
	Монотонные и обратные функции	208
	Предел функции	209
	Упражнения	211
III.4	Равномерная сходимость и равномерная непрерывность	213
	Предел последовательности функций	213

	Критерий Вейерштрасса равномерной сходимости	216
	Равномерная непрерывность	217
	Упражнения	220
III.5	Интеграл Римана	221
	Определения и критерии интегрируемости	221
	Интегрируемые функции	226
	Неравенства и теорема о среднем значении	228
	Интегрирование бесконечных рядов	230
	Упражнения	232
III.6	Дифференцируемые функции	235
	Фундаментальная теорема дифференциального исчисления	239
	Правила Лопиталя	242
	Производные бесконечных рядов	245
	Упражнения	246
III.7	Степенные ряды и ряды Тейлора	248
	Определение радиуса сходимости	249
	Непрерывность	250
	Дифференцирование и интегрирование	251
	Ряд Тейлора	252
	Упражнения	255
III.8	Несобственные интегралы	257
	Ограниченные функции на бесконечном интервале	257
	Неограниченные функции на конечном интервале	260
	Гамма-функция Эйлера	261
	Упражнения	262
III.9	Две теоремы о непрерывных функциях	263
	Непрерывные, но нигде не дифференцируемые функции	263
	Аппроксимационная теорема Вейерштрасса	265
	Упражнения	270
Глава IV Функции нескольких переменных. Перевод В.В. Новиковой и В.М. Суслина		
IV.1	Топология n-мерного пространства	273
	Расстояния и нормы	273
	Сходимость последовательностей векторов	275
	Окрестности, открытые и замкнутые множества	278
	Компактные множества	283
	Упражнения	285
IV.2	Непрерывные функции	287
	Непрерывные функции и компактность	289
	Равномерная непрерывность и равномерная сходимость	290
	Линейные отображения	293
	Хаусдорфово описание непрерывных функций	294
	Интегралы с параметрами	297
	Упражнения	298
IV.3	Дифференцируемые функции нескольких переменных	300
	Дифференцируемость	302
	Контрпримеры	304
	Геометрическая интерпретация градиента	305
	Теорема о среднем значении	308
	Теорема о неявной функции	309
	Дифференцирование интегралов по параметру	311
	Упражнения	313
IV.4	Производные высших порядков и ряд Тейлора	316
	Ряд Тейлора двух переменных	319
	Ряд Тейлора для случая n переменных	320
	Задачи на максимум и минимум	323
	Условный минимум (множитель Лагранжа)	325
	Упражнения	327

IV.5 Кратные интегралы	330
Двойные интегралы по прямоугольной области	330
Множества меры нуль и разрывные функции	334
Произвольные ограниченные области	336
Формула замены переменных в двойных интегралах	338
Интегралы по неограниченной области	345
Упражнения	347
Приложение: Цитаты на языках оригиналов	351
Библиография	358
Указатель обозначений	374
Алфавитный указатель	376